

# Landesweiter Mathematikwettbewerb für Schülerinnen und Schüler der Klasse 4 in NRW

## Lösungsvorschläge der zweiten Runde 2009/2010

### Aufgabe 1:

#### **Freizeitpark**

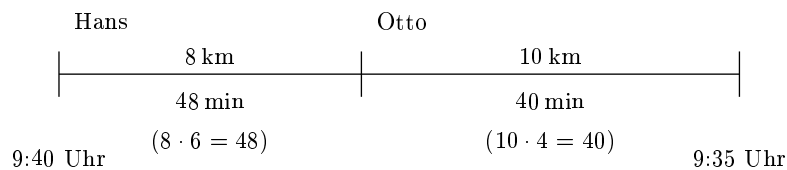
In den Herbstferien treffen sich Hans und Otto am Freizeitpark. Hans wohnt acht Kilometer vom Park entfernt und Otto wohnt zehn Kilometer entfernt. Beide fahren mit dem Fahrrad.

Hans fährt um 9:40 Uhr los und braucht sechs Minuten für jeden Kilometer. Otto fährt schneller. Er benötigt für einen Kilometer vier Minuten und ist seit 9:35 Uhr unterwegs.

Wer kommt als erster am Freizeitpark an? Wie lange muss er auf seinen Freund warten?

#### Lösungsvorschlag

Hans startet um 9:40 Uhr, 48 Minuten später ist es 10:28 Uhr. Otto startet um 9:35 Uhr, 40 Minuten später ist



es 10:15 Uhr. Otto kommt als erster um 10:15 Uhr am Freizeitpark an. Otto wartet 13 min auf seinen Freund Hans.

### Aufgabe 2:

#### **Unsere Lehrerin**

Vier Mädchen können sich auf dem Schulhof überhaupt nicht einigen, wie alt ihre neue Lehrerin ist. Sie sind sich nur einig, dass sie alt sein muss.

Ein Mädchen meint: „Sie ist 24 Jahre.“ Die anderen drei halten das für reichlich untertrieben. Sie schätzen die Lehrerin auf 27, 31 bzw. sogar 39 Jahre. Keine von ihnen hat das richtige Alter erraten.

Eine Vermutung ist nur um ein Jahr falsch, eine andere um drei Jahre, eine dritte um sechs Jahre und eine vierte um 9 Jahre falsch.

Wie alt ist die Lehrerin?

#### Lösungsvorschlag

Durch systematisches Ausprobieren gelangt man zur folgenden Lösung: Die Lehrerin ist 30 Jahre alt.

Ein Beispiel für eine *Lösungsmöglichkeit*:

	+1	-1	+3	-3	+6	-6	+9	-9
24 Jahre	23	25	27	21	30	18	33	15
27 Jahre	26	28	30	24	33	21	36	18
31 Jahre	30	32	34	28	37	25	40	22
39 Jahre	38	40	42	36	45	33	48	30

*Lösungsvariante:* Überprüfung der Altersangaben durch die Differenz von einem Jahr.

Ausgehend von dem Alter 24 Jahre stimmen die Vermutungen 23 und 25 nicht, weil die anderen Unterschiede nicht zu treffen.

Ausgehend von dem Alter 27 Jahre stimmen die Vermutungen 26 und 28 nicht, weil die anderen Unterschiede nicht zu treffen.

Ausgehend von dem Alter 39 Jahre stimmen die Vermutungen 40 und 38 nicht, weil die anderen Unterschiede nicht zu treffen.

Ausgehend vom Alter 31 Jahre trifft die Vermutung 32 nicht zu, weil auch dann die anderen Unterschiede nicht zu treffen.

Bei der Zahl 30 treffen alle Unterschiede zu.

$$30 + 1 = 31, \quad 30 + 9 = 39, \quad 30 - 3 = 27, \quad 30 - 6 = 24.$$

### Aufgabe 3:

#### **Geburtstagseinladung**

Jan hat Geburtstag und schreibt persönliche Einladungen an seine vier Freunde Anton, Bert, Chris und Daniel. Er verteilt die Einladungen in der Schule. Auf dem Heimweg ist er sich nicht mehr sicher, ob jeder die Einladung mit seinem Namen bekommen hat. Auf wie viele Arten kann Jan die Briefe verteilt haben?

#### Lösungsvorschlag

Es gibt insgesamt 24 Möglichkeiten die Einladungen zu verteilen. Dann gibt es eine Verteilung, bei der alle die richtige Einladung erhalten:

Kind	Anton	Bert	Chris	Daniel
Einladung	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>

Bei sechs Verteilungen sind zwei Einladungen richtig zugeordnet:

Einladung	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>D</i>	<i>C</i>
Einladung	<i>A</i>	<i>C</i>	<i>B</i>	<i>D</i>
Einladung	<i>A</i>	<i>D</i>	<i>C</i>	<i>B</i>
Einladung	<i>B</i>	<i>A</i>	<i>C</i>	<i>D</i>
Einladung	<i>C</i>	<i>B</i>	<i>A</i>	<i>D</i>
Einladung	<i>D</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>A</i>

Acht Möglichkeiten gibt es bei nur einer richtiger Zuordnung:

Einladung	<i>A</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>B</i>
Einladung	<i>A</i>	<i>D</i>	<i>B</i>	<i>C</i>
Einladung	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>A</i>	<i>D</i>
Einladung	<i>B</i>	<i>D</i>	<i>C</i>	<i>A</i>
Einladung	<i>C</i>	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>D</i>
Einladung	<i>C</i>	<i>B</i>	<i>D</i>	<i>A</i>
Einladung	<i>D</i>	<i>A</i>	<i>C</i>	<i>B</i>
Einladung	<i>D</i>	<i>B</i>	<i>A</i>	<i>C</i>

Schließlich gibt es neun Verteilungen, bei denen keiner die richtige Einladung erhalten hat:

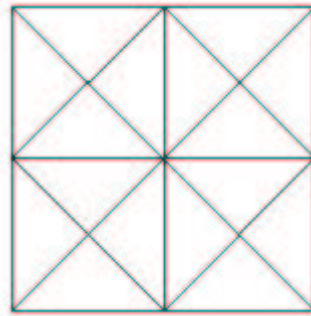
Einladung	<i>B</i>	<i>A</i>	<i>D</i>	<i>C</i>
Einladung	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>A</i>
Einladung	<i>B</i>	<i>D</i>	<i>A</i>	<i>C</i>
Einladung	<i>C</i>	<i>A</i>	<i>D</i>	<i>B</i>
Einladung	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>A</i>	<i>B</i>
Einladung	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>B</i>	<i>A</i>
Einladung	<i>D</i>	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>
Einladung	<i>D</i>	<i>C</i>	<i>A</i>	<i>B</i>
Einladung	<i>D</i>	<i>C</i>	<i>B</i>	<i>A</i>

Mithilfe von Kombinationen kann man auch direkt ausrechnen:

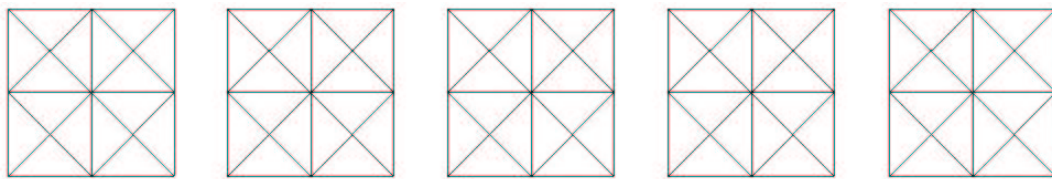
Für Anton gibt es 4 Möglichkeiten, dann bleiben für Bert noch 3, für Chris 2 und Daniel muss den letzten Brief nehmen. Da alle Möglichkeiten miteinander kombiniert werden können, ergeben sich  $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$  Möglichkeiten.

**Aufgabe 4:**  
**Dreiecke finden**

a) Suche in dieser Figur Dreiecke in verschiedenen Größen.



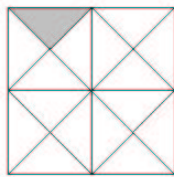
Zeichne die Dreiecke mit unterschiedlichen Größen in die verkleinerten Figuren ein.



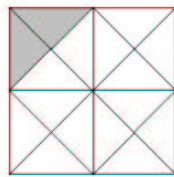
b) Wie viele Dreiecke von jeder Größe kommen in der Figur vor?

Lösungsvorschlag

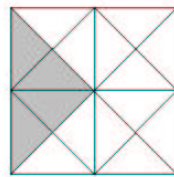
Die Dreiecke der unterschiedlichen Größen (Teilaufgabe a) sind in der folgenden Abbildung dargestellt, die Anzahlen der Vorkommen (Teilaufgabe b) befinden sich jeweils darunter.



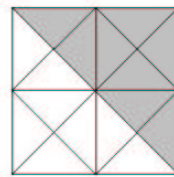
16



16



8



4

**Aufgabe 5:**  
**Plättchen anordnen**

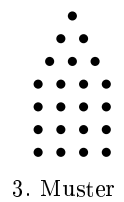
Aus Plättchen werden folgende Muster gelegt.



- a) Male das 3. Muster. Begründe, warum das Muster so aussieht.
- b) Aus wie vielen Plättchen besteht das 9. Muster?

Lösungsvorschlag

Teil a) Das 3. Muster befindet sich in der rechten Abbildung

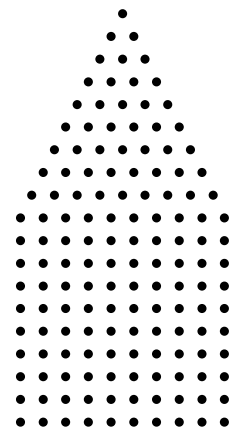


Teil b) Das 9. Muster (dargestellt in der Abbildung unten rechts) besteht aus 145 Plättchen:

$$\begin{aligned} \text{Quadrat :} & \quad 10 \cdot 10 & = 100 \\ \text{Dreieckszahlen 1 bis 9 :} & \quad 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 & = 4 \cdot 10 + 5 \end{aligned}$$

Oder schrittweises Vorgehen:

Muster	Anzahl der Plättchen	Summe
1.	$2 \cdot 2 + 1$	5
2.	$3 \cdot 3 + 3$	12
3.	$4 \cdot 4 + 6$	22
4.	$5 \cdot 5 + 10$	35
5.	$6 \cdot 6 + 15$	51
6.	$7 \cdot 7 + 21$	70
7.	$8 \cdot 8 + 28$	92
8.	$9 \cdot 9 + 36$	117
9.	$10 \cdot 10 + 45$	145



Die Muster können auch als Zahlenfolge gesehen werden, indem der Unterschied von Muster zu Muster betrachtet wird, indem man zum Beispiel notiert:

$$1 \xrightarrow{+4} 5 \xrightarrow{+7} 12 \xrightarrow{+10} 22 \xrightarrow{+13} 35 \xrightarrow{+16} \dots \xrightarrow{+25} 117 \xrightarrow{+28} 145$$