

Landesweiter Mathematikwettbewerb für Schülerinnen und Schüler der Klasse 4 in NRW

Lösungsvorschläge der dritten Runde 2008/2009

Aufgabe 1:

Knobel-Kryptogramme

Welche Ziffern kannst du für die Zeichen einsetzen? Beachte – gleiche Zeichen bedeuten gleiche Ziffern.

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{ccccccc}
 \square_{\diagdown} & \square_{\diagdown} & \square_{\diagup} & - & \blacksquare_{\diagdown} & \blacksquare_{\diagdown} & = & \square_{\text{H}} & \square_{\text{H}} \\
 & - & & & + & & & + & \\
 \square_{\text{V}} & \blacksquare_{\diagdown} & + & \square_{\diagdown} & \square_{\diagdown} & = & \square_{\text{H}} & \blacksquare_{\diagdown} \\
 \hline
 \blacksquare_{\text{V}} & \square_{\text{H}} & & \blacksquare_{\text{V}} & \square_{\text{V}} & & \blacksquare_{\diagdown} & \square_{\diagdown}
 \end{array}
 \end{array}$$

Hinweis: Die dritte Zahl in der dritten Reihe ist 70.

Lösungsvorschlag

Folgende Zahlen stehen für die Zeichen:

$$\begin{array}{r}
 110 - 77 = 33 \\
 - \quad + \quad + \\
 \hline
 26 + 11 = 37 \\
 84 \quad 88 \quad 70
 \end{array}$$

Ausgehend von der vorgegebenen Zahl 70 können gleiche Zeichen mit den Ziffern 7 bzw. 0 besetzt werden. Dadurch ergibt sich in der ersten waagerechten Gleichung beim Ergebnis an der Einerstelle die Ziffer 3. Danach ergibt sich der Minuend der ersten Gleichung.

In der zweiten waagerechten Gleichung ergibt sich der zweite Summand (gleiche Zeichen).

Die übrigen Zahlen können errechnet werden.

Aufgabe 2:

Zauberei mit der Acht

An der Tafel stehen seltsame Aufgaben:

$$\begin{array}{l}
 9 \cdot 9 + 7 = 88 \\
 98 \cdot 9 + 6 = 888
 \end{array}$$

- a) Was stellst du fest? Beschreibe.
Finde die zwei folgenden Aufgaben mit diesen Seltsamkeiten.
- b) Finde mit diesen Bedingungen die Aufgabe heraus, bei der das Ergebnis eine neunstellige Zahl ist.

Lösungsvorschlag

Teil a) Feststellungen:

- Produkt mit 9 (Malfolge mit 9).
- Ergebnis besteht jeweils aus der Ziffer 8.
- Der erste Faktor nimmt jeweils um eine Stelle zu, indem eine neue Einerstelle gebildet wird, die um 1 kleiner ist als die vorherige Einerstelle.
- Bildung der zweistelligen Zahl – die Einerstelle wird um 1 verringert.
- Der Summand der Aufgabe ist jeweils um 1 vermindert.

Aufgaben:

$$987 \cdot 9 + 5 = 8888$$

$$9876 \cdot 9 + 4 = 88888$$

Teil b)

$$98765432 \cdot 9 + 0 = 88888888$$

Systematische Herleitung:

$$9876 \cdot 9 + 4 = 88888$$

$$98765 \cdot 9 + 3 = 888888$$

$$987654 \cdot 9 + 2 = 8888888$$

$$9876543 \cdot 9 + 1 = 88888888$$

$$98765432 \cdot 9 + 0 = 888888888$$

Aufgabe 3:

Schnell zur 200

Marco sagt: „Meine Startzahl ist 15. Wie komme ich mit weniger als 10 Rechenschritten zur Zielzahl 200. Dabei darf ich nur mit 2 multiplizieren oder 2 subtrahieren.“

- Schreibe zwei verschiedene Lösungen auf.
- Sein Freund sagt: „Ich schaffe es mit 6 Lösungsschritten.“
Findest du solch eine Lösung?

Lösungsvorschlag

Teil a) Beispiele für Lösungen:

– Mit 9 Rechenschritten:

$$15 \cdot 2 = 30$$

$$30 \cdot 2 = 60$$

$$60 - 2 = 58$$

$$58 - 2 = 56$$

$$56 - 2 = 54$$

$$54 - 2 = 52$$

$$52 - 2 = 50$$

$$50 \cdot 2 = 100$$

$$100 \cdot 2 = 200$$

– Mit 8 Rechenschritten:

$$15 \cdot 2 = 30$$

$$30 - 2 = 28$$

$$28 \cdot 2 = 56$$

$$56 - 2 = 54$$

$$54 - 2 = 52$$

$$52 - 2 = 50$$

$$50 \cdot 2 = 100$$

$$100 \cdot 2 = 200$$

$$15 \cdot 2 = 30$$

$$30 - 2 = 28$$

$$28 - 2 = 26$$

$$26 \cdot 2 = 52$$

$$52 \cdot 2 = 104$$

$$104 - 2 = 102$$

$$102 - 2 = 100$$

$$100 \cdot 2 = 200$$

– In 7 Rechenschritten:

$$15 \cdot 2 = 30$$

$$30 - 2 = 28$$

$$28 - 2 = 26$$

$$26 \cdot 2 = 52$$

$$52 - 2 = 50$$

$$50 \cdot 2 = 100$$

$$100 \cdot 2 = 200$$

$$15 - 2 = 13$$

$$13 \cdot 2 = 26$$

$$26 \cdot 2 = 52$$

$$52 \cdot 2 = 104$$

$$104 - 2 = 102$$

$$102 - 2 = 100$$

$$100 \cdot 2 = 200$$

Teil b)

– In 6 Rechenschritten:

$$\begin{aligned}15 - 2 &= 13 \\13 \cdot 2 &= 26 \\26 \cdot 2 &= 52 \\52 - 2 &= 50 \\50 \cdot 2 &= 100 \\100 \cdot 2 &= 200\end{aligned}$$

Aufgabe 4:

Wie heißt meine Zahl?

- Meine Zahl hat bei der Division durch 5 und bei der Division durch 7 den Rest 3.
- Meine Zahl ist kleiner als 400.
- Der Vorgänger meiner Zahl ist durch 8 teilbar.
- Der Nachfolger meiner Zahl ist durch 3 teilbar.

Wie heißt meine Zahl?

Lösungsvorschlag

Bei der Division durch 5 und durch 7 soll die gesuchte Zahl den Rest 3 haben.

Sie muss aber ungerade sein, weil sonst der Vorgänger nicht durch 8 teilbar ist.

Der Vorgänger der Zahl muss durch 8 teilbar sein, der Nachfolger der Zahl muss durch 3 teilbar sein.

Durch systematisches Ausprobieren unter Beachtung aller Bedingungen können die Schüler die Lösungszahl 353 finden.

Beispiel für einen Lösungsweg:

Die erste ungerade Zahl, bei der die Division durch 5 und 7 den Rest 3 ergibt, ist 73.

Zahl	: 5 Rest 3	: 7 Rest 3	Vorgänger teilbar durch 8	Nachfolger teilbar durch 3
73	wahr	wahr	wahr	falsch
143	wahr	wahr	falsch	wahr
213	wahr	wahr	falsch	falsch
283	wahr	wahr	falsch	falsch
353	wahr	wahr	wahr	wahr

Aufgabe 5:

Rechtecke

Lisa zeichnet ein Rechteck und Tim zeichnet ein anderes Rechteck. Dann vergleichen sie ihre Zeichnungen. Die Fläche von Lisas Rechteck ist doppelt so groß wie die von Tim. Trotzdem ist der Umfang von beiden Rechtecken gleich.

Zeichne die Rechtecke von Lisa und Tim und begründe.

Lösungsvorschlag

$$\text{Lisas Rechteck: } 4 \cdot 3 = 12; \quad \text{Umfang: } 2 \cdot (4 + 3) = 14$$

$$\text{Tims Rechteck: } 1 \cdot 6 = 6; \quad \text{Umfang: } 2 \cdot (1 + 6) = 14$$

Alle Vielfachen dieser Lösung sind auch möglich. Beispiele:

$$8 \cdot 6 = 48; \quad \text{Umfang: } 2 \cdot (8 + 6) = 28$$

$$2 \cdot 12 = 24; \quad \text{Umfang: } 2 \cdot (2 + 12) = 28$$

$$2 \cdot 1,5 = 3; \quad \text{Umfang: } 2 \cdot (2 + 1,5) = 7$$

$$0,5 \cdot 3 = 1,5; \quad \text{Umfang: } 2 \cdot (0,5 + 3) = 7$$

